

**Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных, принятия решений и  
финансовых технологий**

**Соловьев В.И., Феклин В.Г.**

## **МАТЕМАТИКА**

**Рабочая программа дисциплины**  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
38.03.02 «Менеджмент»

**Москва 2017**

**Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных, принятия решений и  
финансовых технологий**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Ректор Финуниверситета**

\_\_\_\_\_ М.А. Эскиндаров

23.05.2017 г.

**В.И. Соловьев, В.Г. Феклин**

## **МАТЕМАТИКА**

**Рабочая программа дисциплины**

для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
38.03.02 «Менеджмент»

*Рекомендовано Ученым советом факультета  
«Прикладная математика и информационные технологии»  
(протокол № 44 от 16 мая 2017 г.)*

*Одобрено советом Департамента анализа данных,  
принятия решений и финансовых технологий  
(протокол № 11 от 15 мая 2017 г.)*

**Москва 2017**

**УДК 517(073)**  
**ББК 22.161я73**  
**С 60**

**Рецензент:** Зададаев С.А. – доцент, к.ф.м.н., доцент департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий.

**С 60** **Соловьев В.И., Феклин В.Г. «Математика».** Рабочая программа дисциплины для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент» все профили – М.: Финансовый университет, Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий», 2017. – 45 с.

Дисциплина «Математика» является дисциплиной Модуля математики и информатики направления подготовки 38.03.02 «Менеджмент».

Рабочая программа дисциплины содержит требования к результатам освоения дисциплины, содержание дисциплины, тематику практических занятий, формы самостоятельной работы, фонд оценочных средств, учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

**517(073)**  
**ББК 22.161я73**

*Учебное издание*

*Владимир Игоревич Соловьев*

*Вадим Геннадьевич Феклин*

**Математика**

**Рабочая программа дисциплины**

Компьютерный набор, верстка: В.Г. Феклин

Формат 60х90/16. Гарнитура *Times New Roman*

Усл. п.л. 2,7. Изд. № - 2017. Тираж - экз.

Заказ № \_\_\_\_\_

**Отпечатано в Финансовом университете**

© **В.И. Соловьев, 2017**

© **В.Г. Феклин, 2017**

© **Финансовый университет, 2017**

## Оглавление

1. Наименование дисциплины .....	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы...	5
4. Объем дисциплины и виды учебной работы .....	6
5.1. Содержание разделов дисциплины.....	6
5.2. Учебно-тематический план .....	13
5.3. Содержание практических и семинарских занятий .....	14
6. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	22
6.1. Формы внеаудиторной самостоятельной работы. ....	22
6.2. Методическое обеспечение для аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы.....	24
7. Фонд оценочных средств.....	27
7.1. Перечень компетенций .....	27
7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания .....	27
7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, владений, умений .....	30
7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и владений .....	35
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы .....	36
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .	37
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	44
12. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	44

## 1. Наименование дисциплины

Математика.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина «Математика» обеспечивает инструментарий формирования следующих компетенций:

**Компетенция ИК-4.** Способность оформлять аналитические и отчетные материалы по результатам выполненной работы.

*Знать* общие правила оформления аналитических и отчетных документов.

*Уметь* логично, ясно и компактно оформлять аналитические и отчетные материалы.

*Владеть* навыками использования пакетов прикладных программ для выполнения и оформления аналитических и отчетных материалов.

**Компетенция ИК-5.** Способность применять методики расчетов и основные методы исследований.

*Знать* основные понятия, методики расчетов и методы линейной алгебры и математического анализа.

*Уметь* решать типовые математические задачи, строить и анализировать математические модели, применять математические методы для решения прикладных задач управления.

*Владеть* навыками применения математического инструментария для решения задач.

**Компетенция ПКН-3.** Способность применять математические методы для решения стандартных профессиональных задач, интерпретировать полученные математические результаты.

*Знать* основные математические понятия и методы, необходимые для решения стандартных профессиональных задач.

*Уметь* решать типовые математические и профессиональные задачи, интерпретировать полученные результаты.

*Владеть* навыками математического моделирования.

**Компетенция ПКН-9.** Владение методами количественного и качественного анализа информации, а также навыками построения моделей для решения задач управления организацией.

*Знать* основные математические понятия и методы, используемые при количественном анализе информации.

*Уметь* решать типовые математические и прикладные задачи, интерпретировать полученные результаты.

*Владеть* навыками математического моделирования для решения задач управления организацией.

### **3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы**

Дисциплина «Математика» является дисциплиной Модуля математики и информатики направления подготовки 38.03.02 «Менеджмент», все профили.

Изучение дисциплины «Математика» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Дисциплина «Математика» является теоретической основой для всех дисциплин Модуля математики и информатики, а математические понятия и методы используются в дальнейшем при изучении общепрофессиональных дисциплин и дисциплин профиля.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>6 з.е.=216 ч.</b>	<b>90/108</b>	<b>126/108</b>
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>108/32</b>	<b>54/16</b>	<b>54/16</b>
<i>Лекции</i>	<i>36/8</i>	<i>18/4</i>	<i>18/4</i>
<i>Практические и семинарские занятия, т.ч.</i>	<i>72/24</i>	<i>36/12</i>	<i>36/12</i>
<i>занятия в интерактивных формах</i>	<i>64/24</i>	<i>32/12</i>	<i>32/12</i>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>108/184</b>	<b>36/92</b>	<b>72/92</b>
Вид текущего контроля		<b>контрольная работа</b>	<b>контрольная работа</b>
Вид промежуточной аттестации		<b>экзамен/зачет</b>	<b>экзамен/экзамен</b>

#### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам

##### 5.1. Содержание разделов дисциплины

##### Раздел 1 – Математический анализ

##### Тема 1. Числовые множества и функции

Элементы теории множеств. Кванторы. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Конечные, счетные и не-счетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.

Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.

Понятие функции. Числовая функция одной переменной. Способы задания функций. График функции. Свойства функций одной переменной: четность и нечетность, монотонность, выпуклость, периодичность, ограниченность.

---

<sup>1</sup> Через дробь указана трудоемкость для заочной формы обучения

Функциональные зависимости в экономике и управлении: функции полезности, однофакторные производственные функции, функции спроса и предложения. Функции средних издержек и связь между ними ( $ATC = AVC + AFC$ ).

## **Тема 2. Предел и непрерывность**

Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности. Геометрическая и арифметические прогрессии.

Простые и сложные проценты. Нарращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов.

Паутинообразная модель рынка одного товара. Последовательность цен и ее сходимость.

Понятие о числовых рядах. Сходимость ряда. Сумма ряда. Вечная рента.

Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Примеры непрерывных и разрывных функций в экономике и управлении: функция издержек, зависимость налоговой ставки от дохода (случай пропорционального и прогрессивного налога).

Асимптоты графика функции. Асимптотическое поведение функций спроса Торнквиста.



### **Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной. Производная сложной и неявно заданной функций. Предельные и средние величины в экономике и управлении: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда.

Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу.

Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.

Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Монотонность функции. Условие монотонности. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Задача максимизации прибыли. Моделирование налоговых поступлений в бюджет. Кривая Лаффера.

Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.

Выпуклость графика функции. Точки перегиба.

Полное исследование функции и построение графика с помощью дифференциального исчисления.

### **Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной**

Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница и ее применение. Выпуск продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства.

Среднее значение функции. Средняя производительность труда, средняя капиталоотдача.

Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.

## **Тема 5. Функции нескольких переменных**

Пространство  $R^n$ . Множества в пространстве  $R^n$ . Функции нескольких переменных. Примеры функций нескольких переменных в экономике и управлении: функция полезности, многофакторные производственные функции (мультипликативная, Кобба-Дугласа). Способы задания функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Кривые безразличия и изокванты.

Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.

Средняя и предельная производительность труда и капиталоотдача. Коэффициенты эластичности выпуска по труду и капиталу. Предельные нормы замещения факторов производства.

Производная сложной функции. Производная по направлению и градиент.

Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточное условие для случая двух независимых переменных.

Условный экстремум. Метод подстановки. Метод множителей Лагранжа. Задача потребительского выбора, экономический смысл множителей Лагранжа.

Глобальный экстремум. Минимизация затрат и максимизация прибыли многопродуктовой фирмы.

Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.

## **Тема 6. Дифференциальные уравнения**

Социально-экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.

## **Раздел 2 – Линейная алгебра**

### **Тема 7. Векторы и матрицы**

Арифметические векторы и их использование в экономике и управлении. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Примеры скалярного произведения в экономике и управлении. Длина вектора. Угол между векторами.

Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций над матрицами.

Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.

Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований.

## **Тема 8. Системы линейных уравнений и неравенств**

Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений. Определение решения системы линейных уравнений. Эквивалентность систем линейных уравнений. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

Исследование и решение системы линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений.

Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними.

Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве.

Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике и управлении: бюджетные множества, ограничения по использованию ресурсов.

Поиск неотрицательных базисных решений системы линейных уравнений. Симплексные преобразования.

## **Тема 9. Линейное пространство**

Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса.

## **Тема 10. Линейные преобразования и квадратичные формы**

Линейные преобразования пространства  $R^n$  (линейные операторы). Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.

Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы.

Линейная модель обмена (модель международной торговли).

Симметрические матрицы и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду. Кривые второго порядка.

## **Тема 11. Линейное программирование**

Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике и управлении. Линейная производственная задача. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.

Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.

Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности. Экономическая интерпретация задачи линейного программирования, симплексного метода, симплексных оценок.

Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.

Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация. Малая теорема двойственности. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.

Несимметричная пара двойственных задач.

Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация. Область устойчивости двойственных оценок.

Транспортная задача. Задача, двойственная к транспортной. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей.

Вырожденная транспортная задача. Фиктивные поставки. Открытая транспортная задача, фиктивные поставщики и потребители. Обязательные и запрещенные поставки.

## 5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Трудоёмкость в часах						Формы текущего контрол я успеваем ости
		Всего часов	Аудиторная работа				Самос тоятель ная работа	
			Об щая	Лек ции	Практ. и семинарс кие занятия	Занятия в интеракт ивных формах		
Раздел 1. Математический анализ								
1	Числовые множества и функции	7/10	3/2	1/0,5	2/1,5	2/1,5	4/8	Самостоят ельные работы. Участие в решении задач на практичес ких занятиях. Обсужден ие решен ных задач. Контроль ная работа.
2	Предел и непрерывность	15/26	9/4	3/1	6/3	5/3	6/22	
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	30/30	20/4	6/1	14/3	13/3	10/26	
4	Интегральное исчисление функций одной переменной	26/30	16/4	6/1	10/3	8/3	10/26	
5	Функции нескольких переменных	36/32	18/4	6/1	12/3	11/3	18/28	
6	Дифференциальные уравнения	14/12	6/2	2/0,5	4/1,5	4/1	8/10	
Раздел 2. Линейная алгебра								
7	Векторы и матрицы	15/14	6/2	2/0,5	4/1,5	3/1	9/12	Самостоят ельные работы. Участие в решении задач на практичес ких занятиях. Обсужден ие решен ных задач. Контроль ная работа.
8	Системы линейных уравнений и неравенств	15/14	6/2	2/0,5	4/1,5	4/1	9/12	
9	Линейное пространство	3,5/6	1,5/ 1,75	0,5/ 0,25	1/1,5	1/1	2/4,25	
10	Линейные преобразования и квадратичные формы	17,5/ 14	7,5/ 2,25	2,5/ 0,75	5/1,5	5/1	10/ 11,75	
11	Линейное программирование	37/28	15/4	5/1	10/3	8/2	22/24	
	Итого	216/ 216	108/ 32	36/8	72/24	64/24 59%/ 75%	108/ 184	

## **5.3. Содержание практических и семинарских занятий**

### **I семестр**

#### **1. Числовые множества и функции**

Операции над числовыми множествами. Исследование числовых множеств на ограниченность. Нахождение комплексных корней многочлена. Арифметические действия с комплексными числами. Нахождения модуля и аргумента комплексного числа. Представление комплексного числа в арифметической и тригонометрической форме.

Функциональные зависимости в экономике и управлении: функции полезности, однофакторные производственные функции, функции спроса и предложения. Функции средних издержек и связь между ними ( $ATC = AVC + AFC$ ).

Интерактив: групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности**

Паутинообразная модель рынка одного товара. Вычисление пределов числовой последовательности. Исследование на сходимость рядов. Решение задач: формула сложных процентов, непрерывное начисление процентов, вечная рента.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **3. Предел функции**

Вычисление пределов функций на бесконечности и в точке. Вычисление односторонних пределов. Решение задач на сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **4. Непрерывность функции. Точки разрыва. Асимптоты**

Определение точек разрыва функции и ее типа. Нахождение асимптот графика функции. Построение графиков функций спроса Торнквиста и нахождение их асимптот.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **5. Производная, предельные величины, эластичность**

Вычисление производных функции одной переменной. Нахождение касательной к графику функции. Вычисление предельных величин в экономике и управлении, их интерпретация. Вычисление средней и точечной эластичности функций спроса и предложения по цене, эластичности спроса по доходу.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **6. Дифференциал. Производные сложной и неявно заданной функции**

Приближенное вычисление значения функции с помощью дифференциала. Вычисление производных сложной и неявно заданных функций.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **7. Правило Лопиталя. Исследование функций на монотонность**

Вычисление пределов по правилу Лопиталя. Решение задач на нахождение интервалов монотонности функции.



Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **8. Локальные экстремумы. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке**

Нахождение точек экстремума и экстремумов функции одной переменной. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Задача максимизации прибыли. Задача о максимизации налоговой выручки.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **9. Производные и дифференциалы высших порядков. Выпуклость и вогнутость функции. Формулы Тейлора и Маклорена**

Вычисление производных и дифференциалов функции второго порядка. Определение интервалов выпуклости/вогнутости функции и точек перегиба. Решение задач на формулы Тейлора и Маклорена. Использование их для приближенных вычислений.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **10-11. Исследование функций и построение графиков**

Полное исследование функции и построение ее графика.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **12-13. Первообразная и неопределенный интеграл**

Вычисление неопределенных интегралов путем непосредственного интегрирования, методом замены, методом интегрирования по частям. Решение задач на интегрирование рациональных дробей.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **14. Определенный интеграл**

Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница.

Вычисление площадей плоских фигур. Нахождение выпуска продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства. Вычисление среднего значения функции. Вычисление средней производительности труда и средней капиталоотдачи.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **15. Несобственные интегралы**

Установление сходимости (расходимости) несобственных интегралов.

Вычисление сходящихся несобственных интегралов.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

#### **16. Контрольная работа №1**

Контрольная работа № 1 по темам 1-4 содержания дисциплины.

#### **17-18. Пространство $R^n$ . Функции нескольких переменных.**

##### **Частные производные**

Представление множеств в пространствах  $R^2$  и  $R^3$ . Расстояние между точками в пространстве. Построение поверхностей и линий уровня, кривых безразличия и изоквант. Вычисление частных производных нескольких переменных и производной сложной функции. Вычисление средней и предельной производительности труда и капиталоотдачи. Вычисление эластичности выпуска по труду и капиталу, предельной нормы замещения факторов производства. Вычисление производной сложной функции, производной по направлению и градиента.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **II семестр**

### **19. Локальный экстремум функций нескольких переменных**

Решение задач на нахождение локальных экстремумов функций нескольких переменных.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **20. Условный экстремум функций нескольких переменных**

Решение задач на нахождение условного экстремума функций нескольких переменных: метод подстановки и метод множителей Лагранжа. Задача потребительского выбора, экономический смысл множителей Лагранжа.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **21. Глобальный экстремум функций нескольких переменных**

Решение задач на нахождение наибольших и наименьших значений дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве. Минимизация затрат и максимизация прибыли многопродуктовой фирмы.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **22. Кратные интегралы**

Вычисление кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **23. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка**

Решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **24. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами**

Решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Исследование решений на устойчивость.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **25-26. Векторы и матрицы**

Решение задач на операции с векторами и матрицами. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Вычисление ранга матрицы. Вычисление обратной матрицы. Вычисление определителя матрицы.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **27. Системы линейных алгебраических уравнений**

Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Жордана-Гаусса. Нахождение неотрицательных решений систем линейных алгебраических уравнений.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **28. Прямые и плоскости. Системы линейных неравенств**

Решение задач на прямые на плоскости и прямые и плоскости в пространстве. Нахождение областей в пространстве, заданных системой неравенств.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **29. Линейное пространство и линейные преобразования**

Исследование системы векторов на линейную зависимость. Вычисление координат вектора при замене базиса. Решение задач на линейные преобразования.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

## **30. Собственные значения и собственные векторы**

Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы. Исследование линейной модели обмена.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **31. Квадратичные формы и кривые второго порядка**

Решение задач на знакоопределенность квадратичной формы.  
Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду.  
Определение вида кривой второго порядка.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **32. Графический метод решения задач линейного программирования**

Решение задач линейного программирования графическим методом.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **34. Симплекс-метод**

Решение задач линейного программирования симплексным методом.  
Экономическая интерпретация симплексного метода и симплексных оценок.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **35. Транспортная задача**

Решение транспортных задач.

Интерактив – групповое решение задач по теме семинара, обсуждение результатов – 100% от трудоемкости семинарского занятия.

Рекомендуемые источники: [8.1, 8.2, 8.3, 8.4].

### **36. Контрольная работа №2**

Контрольная работа № 2 по темам 5-11 содержания дисциплины.

## 6. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Формы внеаудиторной самостоятельной работы.

При изучении дисциплины «Математика» обязательными являются следующие формы самостоятельной работы:

- разбор вопросов по теме занятия по пособиям и конспектам лекций;
- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;
- разбор теоретического материала по пособиям и конспектам лекций;
- решение задач по темам практических занятий;
- выполнение контрольных работ;
- подготовка к экзаменам.

Наименование разделов, тем, входящих в дисциплину	Формы внеаудиторной самостоятельной работы	Трудоемкость в часах	Указание обязательных разделов и тем, отводимых на самостоятельное освоение обучающимися
<b>Раздел 1. Математический анализ</b>			
Числовые множества и функции	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	4/8	Свойства функций одной переменной. Решение задач.
Предел и непрерывность	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	6/22	Исследование паутинообразной модели рынка одного товара. Решение задач.
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	10/26	Доказательства основных теорем дифференциального исчисления. Решение задач.

Интегральное исчисление функций одной переменной	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	10/26	Решение задач.
Функции нескольких переменных	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	18/28	Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Решение задач.
Дифференциальные уравнения	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	8/10	Модели естественного роста. Модели экономической динамики. Решение задач.
<b>Раздел 2. Линейная алгебра</b>			
Векторы и матрицы	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	9/12	Свойства определителя матрицы. Решение задач.
Системы линейных уравнений и неравенств	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	9/12	Решение задач.
Линейное пространство	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	2/4,25	Решение задач.
Линейные преобразования и квадратичные формы	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	10/ 11,75	Решение задач.
Линейное программирование	Работа с учебной литературой, подготовка к семинарским и практическим занятиям, решение по темам практических занятий. Выполнение заданий контрольной работы.	22/24	Теория двойственности. Решение задач.
<b>Итого</b>	<b>-</b>	<b>108/ 184</b>	<b>-</b>



## 6.2. Методическое обеспечение для аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы

### Пример контрольной работы №1 (1 семестр).

1. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - x}{x + 1} - \frac{x^2 + 3x}{x - 1} \right)$ .
2. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2) - x}{x^2 + 2x}$ .
3. Зависимость спроса на товар от его цены выражается функцией  $D(p) = \frac{72}{p^2 + 2p}$ . Найдите спрос на товар, предельный спрос и точечную эластичность спроса по цене при  $p = 2$  д.е. Чему будет равна средняя эластичность спроса по цене, при увеличении цены на 5%?
4. Найдите производную неявно заданной функции  $x^2 + yx^2 = 1$ .
5. Полные издержки при выпуске  $q$  единиц продукции выражаются функцией  $C(q) = 36 + 10q + q^2$ . Функция спроса на эту продукцию имеет вид  $q = 10 - 0,02p$ , где  $p$  – цена единицы продукции.
  - 1) Найдите минимум: а) полных издержек  $C(q)$ ; б) средних издержек  $AC(q) = \frac{C(q)}{q}$ .
  - 2) Постройте график предельных издержек  $MC(q) = C'(q)$ .
  - 3) Составьте функцию дохода  $R(q)$  от продажи  $q$  единиц товара по цене  $p$ .
  - 4) Найдите прибыль  $I(q)$ .
  - 5) Постройте графики дохода  $R(q)$  и прибыли  $I(q)$ .
6. Исследуйте функцию  $y = \frac{4x^2 + 13x + 7}{x + 3}$  и постройте ее график.
7. Производительность труда одного рабочего за одну смену описывается функцией  $p(t) = 10,5t - 0,75t^2$ , где  $t$  – время в часах,  $0 \leq t \leq 8$ . Определите

объем выпуска продукции за 20 рабочих дней бригадой, состоящей из 6 человек.

8. Вычислите интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{2}(x^2 - 1)^4}$ .

### Пример контрольной работы №2 (2 семестр).

1. Исследуйте на экстремум функцию  $z = y^3 + 3x^2y - 18x - 30y + 1$ .

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид

$u(x, y) = 5x^{0,75}y^{0,25}$ , где  $x, y$  – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в  $I = 1899$  д.е., а цены товаров равны 13 д.е. и 5 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребителя.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

5) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

6) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

7) Поясните экономический смысл найденных показателей.

3. Решите дифференциальное уравнение  $y'' - 5y' + 4y = 2x - 1$ .

4. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  и  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ .

Найдите матрицу  $D = 4C^T + A \cdot B$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & -2 \\ 1 & 6 & 5 & 6 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислите ранг матрицы

6. Решите систему линейных алгебраических уравнений и найдите не менее двух ее базисных неотрицательных решений

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 3. \end{cases}$$

7. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран

$$x = \begin{pmatrix} 12000000000 \\ 70000000000 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,9 \\ 0,7 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

а структурная матрица

8. Для изготовления изделий двух видов имеется 100 кг сырья. На изготовление одного изделия первого вида расходуется 2 кг, на изготовление одного изделия второго вида – 4 кг сырья. Составьте план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если необходимо изготовить не более 40 изделий первого вида и не более 20 изделий второго вида, а отпускная стоимость одного изделия первого вида составляет 3000 руб., а изделия второго вида – 2000 руб.

**Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости**

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры.

## 7. Фонд оценочных средств

### 7.1. Перечень компетенций

Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы».

### 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

**Компетенция ИК-4.** Способность оформлять аналитические и отчетные материалы по результатам выполненной работы.

#### Оценка уровня сформированности компетенции

Показатели оценивания	Критерии оценивания компетенций	Шкала оценивания
<b>Знать</b> общие правила оформления аналитических и отчетных документов. <b>Уметь</b> логично, ясно и компактно оформлять аналитические и отчетные материалы. <b>Владеть</b> навыками использования пакетов прикладных программ для выполнения и оформления аналитических и отчетных материалов.	<b>Знать</b> общие правила оформления аналитических и отчетных материалов. <b>Уметь</b> логично и компактно оформлять отчеты о выполнении аналитической или практической работы.	Пороговый уровень
	<b>Знать</b> общие правила оформления аналитических и отчетных материалов. <b>Уметь</b> логично и компактно оформлять отчеты о выполнении аналитической или практической работы с помощью компьютерных программ.	Продвинутый уровень
	<b>Знать</b> общие правила оформления аналитических и отчетных материалов. <b>Уметь</b> логично и компактно оформлять отчеты о выполнении аналитической или практической работы. <b>Владеть</b> навыками использования пакетов прикладных программ для выполнения и оформления аналитических и отчетных материалов.	Высокий уровень

**Компетенция ИК-5.** Способность применять методики расчетов и основные методы исследований.

### Оценка уровня сформированности компетенции

Показатели оценивания	Критерии оценивания компетенций	Шкала оценивания
<b>Знать</b> основные понятия, методики расчетов и методы линейной алгебры и математического анализа. <b>Уметь</b> решать типовые математические задачи, строить и анализировать математические модели, применять математические методы для решения прикладных задач управления. <b>Владеть</b> навыками применения математического инструментария для решения задач.	<b>Знать</b> основные понятия и методы линейной алгебры и математического анализа. <b>Уметь</b> решать типовые математические задачи. <b>Владеть</b> базовыми навыками применения математического инструментария для решения задач управления.	Пороговый уровень
	<b>Знать</b> основные понятия, методики расчетов и методы линейной алгебры и математического анализа. <b>Уметь</b> решать типовые математические задачи, применять математические методы для решения типовых прикладных задач. <b>Владеть</b> навыками применения математического инструментария для решения задач управления.	Продвинутый уровень
	<b>Знать</b> основные понятия, методики расчетов и методы линейной алгебры и математического анализа. <b>Уметь</b> решать типовые математические задачи, строить и анализировать математические модели, применять математические методы для решения прикладных задач управления. <b>Владеть</b> навыками применения математического инструментария для решения задач управления.	Высокий уровень

**Компетенция ПКН-3.** Способность применять математические методы для решения стандартных профессиональных задач, интерпретировать полученные математические результаты.

### Оценка уровня сформированности компетенции

Показатели оценивания	Критерии оценивания компетенций	Шкала оценивания
<b>Знать</b> основные математические понятия и методы, необходимые для решения стандартных задач. <b>Уметь</b> решать типовые математические и профессиональные задачи, интерпретировать полученные результаты. <b>Владеть</b> навыками математического моделирования.	<b>Знать</b> базовые математические понятия и методы, необходимые для решения стандартных задач. <b>Уметь</b> решать типовые математические задачи, необходимые при решении стандартных профессиональных задач. <b>Владеть</b> основами математического моделирования.	Пороговый уровень
	<b>Знать</b> базовые математические понятия и методы, необходимые для решения стандартных задач. <b>Уметь</b> решать типовые математические и профессиональные задачи. <b>Владеть</b> навыками математического моделирования.	Продвинутый уровень
	<b>Знать</b> основные математические понятия и методы, необходимые для решения стандартных задач.	Высокий уровень

	<b>Уметь</b> решать типовые математические и профессиональные задачи, интерпретировать полученные результаты. <b>Владеть</b> навыками математического моделирования.	
--	---	--

**Компетенция ПКН-9.** Владение методами количественного и качественного анализа информации, а также навыками построения моделей для решения задач управления организацией.

#### Оценка уровня сформированности компетенции

Показатели оценивания	Критерии оценивания компетенций	Шкала оценивания
<b>Знать</b> основные математические понятия и методы, используемые при количественном анализе информации. <b>Уметь</b> решать типовые математические и прикладные задачи, интерпретировать полученные результаты. <b>Владеть</b> навыками математического моделирования для решения задач управления организацией.	<b>Знать</b> базовые математические понятия и методы, используемые при количественном анализе информации. <b>Уметь</b> решать типовые математические задачи. <b>Владеть</b> основами математического моделирования.	Пороговый уровень
	<b>Знать</b> основные математические понятия и методы, используемые при количественном анализе информации. <b>Уметь</b> решать типовые математические и прикладные задачи. <b>Владеть</b> навыками математического моделирования.	Продвинутый уровень
	<b>Знать</b> основные математические понятия и методы, используемые при количественном анализе информации. <b>Уметь</b> решать типовые математические и прикладные задачи, интерпретировать полученные результаты. <b>Владеть</b> навыками математического моделирования для решения задач управления организацией.	Высокий уровень

Оценка по дисциплине может выставляться на основе среднего балла по всем компетенциям, формируемым дисциплиной.

### **7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, владений, умений**

#### **Вопросы для подготовки к экзамену (1 семестр)**

1. Множество. Операции над множествами. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.
2. Комплексные числа и действия над ними. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.
3. Понятие функции. Свойства функций одной переменной.
4. Функциональные зависимости в экономике и управлении.
5. Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности.
6. Простые и сложные проценты. Нарращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов.
7. Паутинообразная модель рынка одного товара.
8. Числовой ряд. Сходимость ряда. Сумма ряда.
9. Предел функции в точке и на бесконечности.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
11. Первый и второй замечательные пределы.
12. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций.
13. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.
14. Точки разрыва и их классификация.
15. Асимптоты графика функции.
16. Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной.
17. Производная сложной и неявно заданной функций.
18. Предельные и средние величины в экономике и управлении (случай функции одной переменной).
19. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции одной переменной).

20. Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа.
22. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
23. Монотонность функции. Условие монотонности.
24. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
25. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
28. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
29. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
30. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
31. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.
32. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
33. Среднее значение функции.
34. Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.
35. Пространство  $R^n$ . Множества в пространстве  $R^n$ . Функции нескольких переменных.
36. Примеры функций нескольких переменных в экономике и управлении.
37. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
38. Частные производные функции нескольких переменных.
39. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.
40. Предельные и средние величины в экономике и управлении (случай функции нескольких переменных).
41. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции нескольких переменных).
42. Производная сложной функции.



43. Производная по направлению и градиент.

### **Вопросы для подготовки к экзамену (2 семестр)**

1. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума.
2. Достаточное условие для случая двух независимых переменных.
3. Условный экстремум. Метод подстановки.
4. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
5. Глобальный экстремум.
6. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
7. Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.
8. Уравнения с разделяющимися переменными.
9. Однородные уравнения первого порядка.
10. Линейное уравнение первого порядка.
11. Уравнение Бернулли.
12. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
13. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.
14. Арифметические векторы.
15. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц.
16. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц.
17. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.
18. Обратная матрица.
19. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы.
20. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

- 21.Прямые на плоскости.
- 22.Прямые и плоскости в пространстве.
- 23.Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике и управлении.
- 24.Линейное (векторное) пространство.
- 25.Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.
- 26.Линейные преобразования пространства  $R^n$  (линейные операторы).
- 27.Собственные значения и собственные векторы матрицы.
- 28.Линейная модель обмена (модель международной торговли).
- 29.Симметрические матрицы и квадратичные формы.
- 30.Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду.
- 31.Кривые второго порядка.
- 32.Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике и управлении.
- 33.Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
- 34.Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений.
- 35.Алгоритм симплексного метода линейного программирования.
- 36.Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности.
- 37.Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
- 38.Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация.
- 39.Малая теорема двойственности.

40. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач.
41. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.
42. Несимметричная пара двойственных задач.
43. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация.
44. Транспортная задача.
45. Задача, двойственная к транспортной.
46. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей.
47. Вырожденная транспортная задача.

### Пример экзаменационного билета (1 семестр)

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^4 - 5x^3 + 4}$ .
3. Даны функция спроса на некоторый товар  $D(p) = 82 - 15p - 10p^2$  и функция предложения этого товара  $S(p) = 2p^2 + 3p - 2$ , где  $p$  – цена товара в рублях. Вычислите эластичность спроса по цене в точке рыночного равновесия.
4. Найти промежутки монотонности функции  $y = 1 - x^3 e^{-x}$ .
5. Производительность труда одного рабочего за одну смену описывается функцией  $p(t) = 8t - 0,5t^2$ , где  $t$  – время в часах,  $0 \leq t \leq 8$ . Определите объем выпуска продукции за 5 рабочих дней бригадой, состоящей из 7 человек.
6. Найдите производную функции  $f(t) = F(K(t), L(t))$  в точке  $t = 0$ , если  $K(t) = 0,5t + 100$ ,  $L(t) = 5000e^{0,02t}$ ,  $F(K, L) = 3K^{0,3}L^{0,7}$ .

### Пример экзаменационного билета (2 семестр)

1. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя.
2. Исследуйте на экстремум функцию  $f(x, y) = x^2 - 8\ln y - 2\ln x + y^2$ .
3. Решите дифференциальное уравнение  $y' = (1 - y)x$ .
4. Исследуйте на линейную зависимость систему векторов  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$ .

5. Решите систему линейных алгебраических уравнений 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$$

6. Предприятие производит продукцию двух видов, используя при этом ресурсы трех видов. Известна технологическая матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  и вектор запасов  $b = \begin{pmatrix} 90 \\ 50 \\ 80 \end{pmatrix}$ . Изобразите множество возможных планов производства.

Составьте план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если цена изделия первого вида составляет 3000 руб., а изделия второго вида – 1000 руб.

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и владений

Соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

### **Основная литература**

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. Н.Ш. Кремера. — 4-е изд.; перераб. и доп. — М.: Юрайт, 2012, 2014 — ЭБС Юрайт.
2. Математика для экономистов и менеджеров [электронный ресурс]: Ученик / под ред. Н.Ш. Кремера. — М.: Кнорус, 2015. ЭБС: book.ru
3. Математика для экономистов и менеджеров [электронный ресурс]: Практикум : учебное пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, М.Н. Фридман / под ред. Н.Ш. Кремера. — М.: Кнорус, 2015. ЭБС: Book.ru
4. Высшая математика [электронный ресурс]: Учебник и практикум для академического бакалаврата / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общ. ред. М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — М. : Издательство Юрайт, 2017 — ЭБС Юрайт.

### **Дополнительная литература**

5. Математика в экономике. Ч.1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебник / А.С.Солодовников [и др.]. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2011.
6. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебное пособие / под ред. В.А. Бабайцева и В.Б. Гисина.— М.: Финансы и статистика, 2013.
7. Математика в экономике. Ч.2: Математический анализ: учебник / А.С.Солодовников [и др.]. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Финансы и статистика; Инфра-М, 2011 .
8. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 2: Математический анализ: учебное пособие / под ред. В.А. Бабайцева и В.Б. Гисина. — М.: Финансы и статистика, 2013.

9. Красс М.С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов – 5-е изд., испр. и доп. – М.: Дело, 2006.
10. Красс М.С. Математика для экономических специальностей: учебник / М.С. Красс . – 4. изд., испр. – М.: Дело, 2005, 2002.
11. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики: учебно-справочное пособие / Кремер Н.Ш., Путко Б.А., И.М. Тришин.; Финуниверситет; под ред. Н.Ш. Кремера.— 4-е изд., перераб. и доп.— М.: Юрайт, 2015.— 724с.— ЭБС Юрайт.
12. Simon C.P. Mathematics for Economists / C.P. Simon, L. Blume . – Norton Company. N.-Y., 1994.
13. Dowling E. Mathematical Economics / E. Dowlin . – Shaum's Outline Series. N.-Y., 2006

## **9. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети**

### **«Интернет»**

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации <http://portal.ufrf.ru/>.
2. Сайт департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий. [http://fa.ru/dep/data\\_analysis/](http://fa.ru/dep/data_analysis/)
3. Библиотечно – информационный комплекс Финуниверситета при Правительстве РФ. <http://library.fa.ru>.
4. Репозиторий Финуниверситета при Правительстве РФ. <http://repository.vzfei.ru>.

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Цель методических рекомендаций – обеспечить студенту бакалавриата (далее – студенту) оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины***

Студентам необходимо ознакомиться:

- с содержанием рабочей программы дисциплины (далее – РПД), с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимися на образовательном портале и сайте департамента, с графиком консультаций преподавателей данной кафедры.

#### ***Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям (теоретический курс)***

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания департамента.

Студентам рекомендуется:

- перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, что позволит сэкономить время на записывание темы лекции, ее основных вопросов, рекомендуемой литературы;

- на отдельные лекции приносить соответствующий материал на бумажных или электронных носителях, представленный лектором на портале. Данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;

- перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам, если разобраться в материале опять не удалось, то обратитесь к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях. Не оставляйте «белых пятен» в освоении материала.

#### ***Рекомендации по подготовке к практическим (семинарским) занятиям***

Студентам следует:

- приносить с собой рекомендованную преподавателем литературу к конкретному занятию;
- до очередного практического занятия по рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующей темы занятия;
- при подготовке к практическим занятиям следует обязательно использовать не только лекции, но и другую учебную литературу;
- в начале занятий задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, при решении задач, заданных для самостоятельного решения;
- в ходе семинара давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов;
- на занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

#### ***Методические рекомендации по выполнению различных форм самостоятельных домашних заданий***

Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- руководствоваться графиком самостоятельной работы, определенным РПД;
- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем для самостоятельного выполнения, и разбирать на семинарах и консультациях неясные вопросы;



- использовать при подготовке нормативные документы Финансового университета;

- при подготовке к экзамену параллельно прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Любая форма самостоятельной работы студента (подготовка к семинарскому занятию, выполнение контрольной работы, начинается с изучения соответствующей литературы как в библиотеке, так и дома.

К каждой теме учебной дисциплины подобрана основная и дополнительная литература.

При работе с литературой рекомендуется делать записи. Записи в той или иной форме не только способствуют пониманию и усвоению изучаемого материала, но и помогают вырабатывать навыки явного изложения в письменной форме тех или иных теоретических вопросов.

### ***Методические указания по проведению практических занятий***

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

*Учебные практические занятия* структурно состоят из следующих компонент:

1. проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
2. выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
3. разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
4. рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
5. разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
6. корректировка заданий для самостоятельной работы студентов.

Контрольные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

1. проведение аудиторных самостоятельных и контрольных работ;
2. подведение итогов и разбор типичных ошибок, возникших при выполнении самостоятельных и контрольных работ.

Студенты должны обратить внимание на перечень основных контрольных мероприятий, которые проводятся в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Конкретные сроки проведения этих мероприятий своевременно доводятся до сведения студентов.

### Примеры задач для аудиторных самостоятельных работ

1. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 3x + 2}$ .
2. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 + 2x}{3 + 2x} \right)^{1-3x}$ .
3. В паутинообразной модели функция спроса имеет вид  $D(p) = 12 - 3p$ , а функция предложения –  $S(p) = 2p - 3$ . Начальная цена равна 2 д.е. Выпишите общую формулу для последовательности цен. Исследовать на сходимость данную последовательность цен.
4. Найдите производную функции  $y = \frac{xe^x - 5 \cos x}{x^2}$ .
5. Найдите производную функции  $y = e^{\sqrt{2 \sin x - x^2}}$ .
6. Найдите уравнение касательной, проведенных к графику функции  $y = 2x^2 e^{(1-x)}$  в точке  $x_0 = 1$ .
7. Зависимость спроса на товар от его цены выражается функцией  $D(p) = \frac{60}{p^2 + p}$ . Найдите спрос на товар, предельный спрос и точечную

- эластичность спроса по цене при  $p = 3$  д.е. Чему будет равна средняя эластичность спроса по цене, при увеличении цены на 4%?
8. Даны функция спроса на некоторый товар  $D(p) = 82 - 15p - 10p^2$  и функция предложения этого товара  $S(p) = 2p^2 + 3p - 2$ , где  $p$  – цена товара в рублях. Вычислите эластичность спроса по цене в точке рыночного равновесия.
9. Найдите производную неявно заданной функции  $2x + ux^2 = y$ .
10. Полные издержки при выпуске  $q$  единиц продукции выражаются функцией  $C(q) = 32 + 8q + q^2$ . Функция спроса на эту продукцию имеет вид  $q = 12 - 0,03p$ , где  $p$  – цена единицы продукции. Найдите минимум средних издержек  $AC(q) = \frac{C(q)}{q}$ .
11. Найдите экстремумы функции  $y = 1 - x^3 e^{-x}$ .
12. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$  на отрезке  $[1; 4]$ .
13. Вычислите интеграл  $\int \left( \frac{3}{1-2x} - 10x^2 - 7 + \cos x \right) dx$ .
14. Вычислите интеграл  $\int (x-1)e^x dx$ .
15. Постройте фигуру, ограниченную линиями  $y = 8/x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $x = 1$  и вычислите ее площадь.
16. Производительность труда рабочего за одну смену описывается функцией  $p(t) = 15t - 0,5t^2$ , где  $t$  – время в часах,  $0 \leq t \leq 8$ . Определите объем выпуска продукции за день для данного рабочего и среднюю производительность труда за один час.
17. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл  $\int_1^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$ .
18. Найдите частные производные функции  $z = \ln(5x_1 + 3x_1x_2)$ .

19. Найдите производную функции  $f(t) = F(K(t), L(t))$  в точке  $t = 0$ , если

$$K(t) = 0,4t + 200, \quad L(t) = 3000e^{0,03t}, \quad F(K, L) = 4K^{0,25}L^{0,75}.$$

20. Исследуйте на экстремум функцию  $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y + 9$ .

21. Решите дифференциальное уравнение  $yy' = (1 - y^2)x$ .

22. Решите дифференциальное уравнение  $(2x + 1)y' = 4 + 2y$ .

23. Решите дифференциальное уравнение  $y'' + 2y' + 10y = 5$ .

24. Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдите: а)  $2A + 3B$ ; б)  $AB^T$ .

25. Решите систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -10 \end{cases}.$$

26. Исследуйте на линейную зависимость систему векторов

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

27. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -12 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

28. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран

$$x = \begin{pmatrix} 9000000000 \\ 5000000000 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,9 \\ 0,5 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

а структурная матрица

29. Предприятие производит продукцию двух видов, используя при этом ресурсы трех видов. Известна технологическая матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  и вектор

запасов  $b = \begin{pmatrix} 100 \\ 60 \\ 75 \end{pmatrix}$ . Изобразите множество возможных планов производства. Составьте план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если цена изделия первого вида составляет 1000 руб., а изделия второго вида – 2000 руб.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Информационно-образовательный портал Финуниверситета: <http://portal.ufrf.ru>.

**12. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Допускается использование проектора.